K16S12／19S

（平成28年度）

工　学　部

奨学生入学試験問題

数　学

注　意　事　項

1．試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開かないこと。

2．問題冊子に落丁，乱丁があった場合は，試験監督者に申し出ること。

3．試験監督者の指示に従って，解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入し，
その下のマーク欄にもマークすること。

4．受験番号が正しくマークされていない場合は，採点できないことがある。

5．マーク方式の解答方法は，下の『**解答上の注意**』をよく読むこと。

6．試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

解答上の注意

マーク方式での解答例

問題文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などの $\boxed{}$ には，特に指示のない限り，数字または符号（－，±）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答すること。

① **ア，イ，ウ**，……の一つ一つは，それぞれ0から9までの数字，または，－，±のいずれか一つに対応する。それらを**ア，イ，ウ**，……で示された解答欄にマークする。

〔例〕 $\boxed{\text{アイ}}$ に－8と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

② 分数形で解答が求められているときは，既約分数で答える。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

〔例〕 $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

数　学

次の $\boxed{}$ にあてはまるものを解答欄にマークせよ.

1.

(1)　$3x^2+2y^2+5xy-x+y-10$ を因数分解すると,

$$(x+y-\boxed{\text{ア}})(\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウ}}\,y+\boxed{\text{エ}})$$

となる.

(2)　放物線 $y=3x^2+8x-12$ と直線 $y=2x-3$ で囲まれた部分の面積Sは,

$$S=\boxed{\text{オカ}}$$

である.

(3)　円周上に 11 個の点がある. この中から 2 つの点を選び, 直線で結ぶと全部で $\boxed{\text{キク}}$ 本の弦ができる. また, 3 つの点を選び, 直線で結ぶと全部で $\boxed{\text{ケコサ}}$ 個の三角形ができる.

(4)　3 つのベクトル $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$ があり, $\vec{p}=(2, \sqrt{2})$, $\vec{q}=(0, 2)$ である. $\vec{r}$ は $\sqrt{2}\,\vec{p}+4\vec{q}$ に平行で, $|\vec{r}|=3\sqrt{3}$ である. このとき, $\vec{r}$ は$\left(\sqrt{\boxed{\text{シ}}}, \boxed{\text{ス}}\right)$と$\left(-\sqrt{\boxed{\text{シ}}}, -\boxed{\text{ス}}\right)$である.

2． aを実数とする 2 つの 2 次関数

$$f(x)=(a+1)x^2+2(a-1)x+a$$

$$g(x)=(a-1)x^2-2(a+1)x+a$$

がある．Rを実数全体の集合として，$A=\left\{f(x)\,\middle|\,x\in R\right\}$，$B=\left\{g(x)\,\middle|\,x\in R\right\}$ とする．

(1) 放物線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ の頂点のy座標は，それぞれ，

$$\frac{\boxed{\text{セ}}a-1}{a+\boxed{\text{ソ}}},\ -\frac{\boxed{\text{タ}}a+1}{a-\boxed{\text{チ}}}$$

である．

(2) $a+1>a-1$ であるから，$A\cup B$がRと一致するのは，$-\boxed{\text{ツ}}<a<\boxed{\text{テ}}$のときである．

また，$A\cap B$が $\left\{y\,\middle|\,0\leqq y\leqq 7\right\}$ に含まれるのは，

$$\frac{1}{\boxed{\text{ト}}}\leqq a\leqq\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

のときである．

（次の頁に問題が続きます）

3. 原点Oを通る正の傾きの直線を ℓ_1とする．直線 ℓ_1と直線 $x=100$ の交点を中心とする円が x 軸に接している．直線 ℓ_1と円の 2 つの交点を点Aと点Bとする．ただし，点Aの x 座標は，点Bの x 座標より小さい．

次に，原点Oを通り，傾きが 0 でない円の接線を ℓ_2とする．円と接線 ℓ_2の接点をCとする．線分OCの長さは，線分OAの長さの 2 倍である．

(1) 円の中心の座標は，(100 , $\boxed{\text{ヌネ}}$) である．

(2) 点Cの座標は，($\boxed{\text{ノハ}}$, $\boxed{\text{ヒフ}}$) である．

(3) この円は，原点からの距離と点 ($\boxed{\text{ヘホ}}$, $\boxed{\text{マミ}}$) からの距離の比が $\boxed{\text{ム}}$: $\boxed{\text{メ}}$ である点の軌跡である．

4． 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある．

$$a_1=4\ ,\ \ a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+\frac{1}{2}n-\frac{1}{2} \qquad (n=1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ \cdots)$$

⑴ 数列 $\{a_n\}$ の第 2 項 a_2 と第 4 項 a_4 は，それぞれ，

$$a_2=\boxed{\text{モ}}\ , \qquad a_4=\frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$$

である．

⑵ 漸化式は $n=1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ \cdots$ のいずれの n に対しても，ある定数 p，q を用いて

$$a_{n+1}+p(n+1)+q=\frac{1}{2}(a_n+pn+q)$$

と変形することができる．この定数 p，q の値は，

$$p=\boxed{\text{ヨラ}}\ , \qquad q=\boxed{\text{リ}}$$

である．

⑶ このとき，$b_n=a_n+pn+q$ とすると，数列 $\{b_n\}$ の一般項は，

$$b_n=\boxed{\text{ル}}\left(\frac{1}{\boxed{\text{レ}}}\right)^{n-1}$$

である．

⑷ これらのことより，数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$$a_n=n-\boxed{\text{ロ}}+\boxed{\text{ワン}}\left(\frac{1}{\boxed{\text{レ}}}\right)^{n}$$

である．

(以　上)